

# ANNALES MATHÉMATIQUES



## BLAISE PASCAL

SALOMON SAMBOU & MANSOUR SANÉ

Résolution du  $\bar{\partial}$  pour les formes différentielles ayant une valeur au bord au sens des courants dans un domaine strictement pseudoconvexe

Volume 18, n° 2 (2011), p. 323-331.

<[http://ambp.cedram.org/item?id=AMBP\\_2011\\_\\_18\\_2\\_323\\_0](http://ambp.cedram.org/item?id=AMBP_2011__18_2_323_0)>

© Annales mathématiques Blaise Pascal, 2011, tous droits réservés.

L'accès aux articles de la revue « Annales mathématiques Blaise Pascal » (<http://ambp.cedram.org/>), implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://ambp.cedram.org/legal/>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

*Publication éditée par le laboratoire de mathématiques  
de l'université Blaise-Pascal, UMR 6620 du CNRS  
Clermont-Ferrand — France*

cedram

Article mis en ligne dans le cadre du  
Centre de diffusion des revues académiques de mathématiques  
<http://www.cedram.org/>

# Résolution du $\bar{\partial}$ pour les formes différentielles ayant une valeur au bord au sens des courants dans un domaine strictement pseudoconvexe

SALOMON SAMBOU  
MANSOUR SANÉ

## Résumé

On résout le  $\bar{\partial}$  pour les formes admettant une valeur au bord au sens des courants sur un domaine strictement pseudoconvexe de  $\mathbb{C}^n$ .

*The  $\bar{\partial}$ -problem for a form with distribution boundary value on a strictly pseudoconvex domain*

## Abstract

We solve the  $\bar{\partial}$  operator for forms with distribution boundary values on a strictly pseudoconvex domain of  $\mathbb{C}^n$ .

## 1. Introduction et Préliminaires

Dans ce travail, nous montrons que si  $f$  est une forme qui a une valeur au bord au sens des courants et  $\bar{\partial}$  fermée sur un domaine strictement pseudoconvexe de  $\mathbb{C}^n$ , alors il existe une forme  $u$  à valeur au bord au sens des courants telle que  $\bar{\partial}u = f$ . Il s'agit donc de prouver le théorème suivant :

**Théorème 1.1** (Théorème Principal). *Soit  $\Omega$  un domaine strictement pseudoconvexe à bord lisse de classe  $C^\infty$  et soit  $f$  une  $(0, r)$  forme différentielle de classe  $C^\infty$   $\bar{\partial}$  fermée admettant une valeur au bord au sens des courants,  $1 \leq r \leq n$ . Il existe une  $(0, r - 1)$  forme différentielle  $g$  de classe  $C^\infty$  ayant une valeur au bord au sens des courants, telle que  $\bar{\partial}g = f$ .*

---

*Mots-clés* : Opérateur de Cauchy-Riemann, Formes Différentielles, Valeur au Bord, Croissance Polynomiale, Courant Prolongeable.

*Classification math.* : 32W05, 32W50.

Selon Lojaciwicz et Tomassini [3], si une forme  $f$  admet une valeur au bord au sens des courants sur  $\Omega \subset \subset \mathbb{C}^n$ , alors il existe un courant  $F$  à support compact sur  $\bar{\Omega}$  telle que  $F|_{\Omega} = f$ . Ceci entraîne que  $f$  est un courant prolongeable et donc d'ordre fini  $l$ .

Nous savons d'après [5] que si  $f$  est un courant prolongeable  $\bar{\partial}$  fermé, alors il existe un courant prolongeable  $U$  sur  $\Omega$  tel que  $\bar{\partial}U = f$ . Cependant [5] ne nous permet pas de dire qu'il existe une forme de classe  $C^\infty$   $U$  avec valeur au bord au sens des courants telle que  $\bar{\partial}U = f$ .

Pour établir ce théorème nous montrons que pour un courant prolongeable  $f$  sur  $\Omega$ , d'ordre  $l$  et  $\bar{\partial}$  fermé, il existe une solution  $U$  du  $\bar{\partial}$  qui est aussi un courant prolongeable d'ordre  $l$ . Soit  $S$  une extension, d'ordre  $l$  à support compact sur  $\bar{\Omega}$ , de  $U$ ; et posons  $F = \bar{\partial}S$ . D'après la formule de  $\bar{\partial}$ -homotopie de [2], on a  $S = R_\epsilon S + A_\epsilon F + \bar{\partial}A_\epsilon S$ , où  $R_\epsilon$  est un opérateur régularisant et  $A_\epsilon$  un opérateur qui augmente la régularité de  $\frac{1}{2}$ . Ainsi  $S_\epsilon = R_\epsilon S + A_\epsilon F$  est une autre solution du  $\bar{\partial}$  de  $F$ . Nous montrons qu'elle a une valeur au bord au sens des courants en partant d'un résultat préliminaire où nous montrons qu'une forme différentielle à croissance polynomiale sur  $\Omega$  admet une valeur au bord au sens des courants.

**Définition 1.2.** Soit  $\Omega \subset \subset \mathbb{C}^n$  un domaine à bord lisse de classe  $C^\infty$  de fonction définissante  $\rho$ . Posons  $\Omega_\epsilon = \{z \in \Omega \mid \rho(z) < -\epsilon\}$  et  $b\Omega_\epsilon$  désigne le bord de  $\Omega_\epsilon$ .

Soit  $f$  une fonction de classe  $C^\infty$  sur  $\Omega$ . On dit que  $f$  admet une valeur au bord au sens des distributions, s'il existe une distribution  $T$  définie sur le bord  $b\Omega$  de  $\Omega$  telle que pour toute fonction  $\varphi \in C^\infty(b\Omega)$ , on ait :

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{b\Omega_\epsilon} f \varphi_\epsilon d\sigma = \langle T, \varphi \rangle$$

où si  $\tilde{\varphi}$  est une extension de  $\varphi$  à  $\Omega$  et  $i_\epsilon : b\Omega_\epsilon \rightarrow \mathbb{C}^n$  l'injection canonique,  $\varphi_\epsilon = i_\epsilon^* \tilde{\varphi}$ ;  $d\sigma$  désigne l'élément de surface.

Une forme différentielle de classe  $C^\infty$  sur  $\Omega$  admet une valeur au bord au sens des courants si ses coefficients ont une valeur au bord au sens des distributions.

**Définition 1.3.** On dit qu'une fonction  $f$  de classe  $C^\infty$  définie sur  $\Omega$  est à croissance polynomiale d'ordre  $N \geq 0$ , s'il existe une constante  $C$  telle que pour tout  $z \in \Omega$ , on a :

$$|f(z)| \leq \frac{C}{d(z)^N}$$

où  $d(z)$  désigne la distance de  $z$  au bord de  $\Omega$ .

*Notation 1.4.* Soit  $\Omega$  un domaine de  $\mathbb{C}^n$ , on note  $H_{0,k}^{p,q}(\Omega)$  le  $(p,q)$ -ième groupe de  $\bar{\partial}$  cohomologie des formes différentielles de classe  $C^k$  et à support compact dans  $\Omega$  et  $H_{0,k,cour}^{p,q}(\Omega)$  le  $(p,q)$ -ième groupe de  $\bar{\partial}$  cohomologie des courants d'ordre  $k$  à support compact dans  $\Omega$ . Les  $(p,q)$  formes différentielles de classe  $C^k$  et à support compact sur  $\bar{\Omega}$  sont notées  $D_k^{p,q}(\bar{\Omega})$ .

**Remerciements :** Ce travail a été réalisé grâce au projet FIRST du ministère chargé de la recherche scientifique du Sénégal

## 2. Résolution du $\bar{\partial}$ pour les courants prolongeables d'ordre $N$

Nous allons nous intéresser à la résolution du  $\bar{\partial}$  pour les courants de bidegré  $(p, q)$  d'ordre  $N$  sur  $\Omega$  et prolongeables, où  $\Omega$  est un domaine strictement pseudoconvexe de  $\mathbb{C}^n$ . D'après [4] ces courants sont les duaux topologiques des  $(n-p, n-q)$  formes différentielles de classe  $C^N$  à support compact sur  $\bar{\Omega}$ . La technique de résolution est identique à celle de [5], dans lequel S. Sambou a résolu le  $\bar{\partial}$ , pour les courants prolongeables. Il montre qu'il existe une solution du  $\bar{\partial}$  pour un courant prolongeable. Ici nous montrons que si le courant est prolongeable d'ordre  $l$ , alors il admet une solution du  $\bar{\partial}$  qui est aussi un courant prolongeable d'ordre  $l$ .

Nous avons d'abord la proposition suivante ; il s'agit de la résolution du  $\bar{\partial}$  avec condition de support :

**Proposition 2.1.** *Soit  $\Omega$  un domaine strictement pseudoconvexe à bord lisse de classe  $C^\infty$ . Si  $f \in D_k^{p,r}(\bar{\Omega}) \cap \ker \bar{\partial}$ , alors il existe  $g \in D_k^{p,r-1}(\bar{\Omega})$  telle que  $\bar{\partial}g = f$  sur  $\mathbb{C}^n$ , pour  $1 \leq r \leq n-1$ .*

*Démonstration.* Soit  $f \in D_k^{p,r}(\bar{\Omega}) \cap \ker \bar{\partial}$ , puisque

$$H_{0,k}^{p,r}(\mathbb{C}^n) \approx H_{0,\infty}^{p,r}(\mathbb{C}^n) = 0,$$

il existe  $h \in D_k^{p,r-1}(\mathbb{C}^n)$  telle que  $\bar{\partial}h = f$ . Puisque  $h$  est une  $(p, r-1)$  forme sur  $\mathbb{C}^n$  à support compact, on a  $\bar{\partial}h|_{\mathbb{C}^n \setminus \bar{\Omega}} = 0$ . Si  $r = 1$ , alors  $h|_{\mathbb{C}^n \setminus \bar{\Omega}}$  est une  $(p, 0)$  forme holomorphe à support compact. Le principe du prolongement analytique entraîne  $h = 0$  sur  $\mathbb{C}^n \setminus \bar{\Omega}$ . Si  $r \geq 1$  alors  $h|_{\mathbb{C}^n \setminus \bar{\Omega}}$  est une  $(p, r-1)$  forme différentielle à support compact et de classe  $C^k$ . D'après le théorème (3-1) de [1], il existe  $\theta \in C_k^{p,r-2}(\mathbb{C}^n \setminus \Omega)$  telle que  $\bar{\partial}\theta = h|_{\mathbb{C}^n \setminus \bar{\Omega}}$ . Soit  $\tilde{\theta}$  une

extension de  $\theta$  à  $\bar{\Omega}$  posons  $u = h - \bar{\partial}\tilde{\theta}$ , alors  $\bar{\partial}u = \bar{\partial}h = f$  et  $u$  est à support compact sur  $\bar{\Omega}$ .  $\square$

Le résultat principal de cette section est le suivant :

**Théorème 2.2.** *Soit  $\Omega \subset\subset \mathbb{C}^n$  un domaine strictement pseudoconvexe à bord lisse de classe  $C^\infty$ . Si  $T$  est un courant de bidegré  $(0, r)$ , d'ordre  $N$ , prolongeable et  $\bar{\partial}$  fermé sur  $\Omega$ , alors il existe un courant  $S$  de bidegré  $(0, r - 1)$ , d'ordre  $N$ , sur  $\Omega$ , prolongeable, et tel que  $\bar{\partial}S = T$  sur  $\Omega$  pour  $1 \leq r \leq n$ .*

*Démonstration.* Considérons l'application

$$L_T : \bar{\partial}D_N^{n, n-r}(\bar{\Omega}) \rightarrow \mathbb{C}$$

qui à  $\bar{\partial}\varphi$  associe  $\langle T, \varphi \rangle$ .

**Lemme 2.3.**  *$L_T$  est bien définie.*

*Preuve du Lemme 2.3.* Si  $\bar{\partial}\varphi = \bar{\partial}\varphi'$  alors  $\varphi - \varphi'$  est une  $(n, n - r)$  forme différentielle de classe  $C^N$ , à support compact sur  $\bar{\Omega}$  et  $\bar{\partial}$  fermée.

Si  $n - r = 0$ , alors  $\varphi - \varphi'$  est une  $(n, 0)$  forme holomorphe à support compact. Donc  $\varphi - \varphi' = 0$  grâce au principe du prolongement analytique. On a  $\langle T, \varphi \rangle = \langle T, \varphi' \rangle$ .

Si  $n - r \geq 1$ , alors  $\varphi - \varphi'$  est une  $(n, n - r)$  forme différentielle de classe  $C^N$  à support compact sur  $\bar{\Omega}$ . D'après la proposition 2.1  $\varphi - \varphi' = \bar{\partial}\theta$  où  $\theta \in D_N^{n, n-r-1}(\bar{\Omega})$  qui est un espace de Banach. Puisque  $D_N^{n, n-r-1}(\Omega)$  est dense dans  $D_N^{n, n-r-1}(\bar{\Omega})$ , il existe  $(\theta_j)_{j \in \mathbb{N}}$  une famille d'éléments de  $D_N^{n, n-r-1}(\Omega)$  telle que

$\lim_{j \rightarrow +\infty} \theta_j = \theta$  dans  $D_N^{n, n-r-1}(\bar{\Omega})$ . On a alors

$$\langle T, \bar{\partial}\theta \rangle = \lim_{j \rightarrow +\infty} \langle T, \bar{\partial}\theta_j \rangle = 0.$$

Ce qui entraîne  $\langle T, \varphi \rangle = \langle T, \varphi' \rangle$ . Donc  $L_T$  est bien définie.  $\square$

**Lemme 2.4.**  *$L_T$  est continue.*

*Preuve du Lemme 2.4.* Pour  $1 \leq r \leq n - 1$ , l'opérateur

$$\bar{\partial} : D_N^{n, n-r}(\bar{\Omega}) \longrightarrow D_N^{n, n-r+1}(\bar{\Omega}) \cap \ker \bar{\partial}$$

est linéaire continu et surjectif entre espaces de Banach, donc ouvert. Pour montrer que  $L_T$  est continue, il suffit de montrer que l'image réciproque de tout ouvert  $U$  de  $\mathbb{C}$  par  $L_T$  est un ouvert de  $D_N^{n, n-r}(\bar{\Omega})$ . Soit  $U$  un

LE  $\bar{\partial}$  POUR UNE FORME À VALEUR AU BORD

ouvert de  $\mathbb{C}$ , puisque  $L_T \circ \bar{\partial} = T$ , on a  $L_T^{-1}(U) = \bar{\partial}(T^{-1}(U))$ .  $T^{-1}(U)$  est ouvert et  $\bar{\partial}$  est une application ouverte d'où  $L_T^{-1}(U)$  est un ouvert.  $\square$

*Suite de la preuve du théorème.*

D'après le lemme 2.3 et le lemme 2.4 l'application  $L_T$  est bien définie et continue. Il est évident qu'elle est aussi linéaire. De plus

$$\bar{\partial}D_N^{n,n-r}(\bar{\Omega}) = D_N^{n,n-r+1}(\bar{\Omega}) \cap \ker \bar{\partial} \subset D_N^{n,n-r+1}(\bar{\Omega}).$$

Donc

$$L_T : \bar{\partial}D_N^{n,n-r}(\bar{\Omega}) \longrightarrow \mathbb{C}$$

est définie linéaire et continue. D'après le théorème de Hahn-Banach  $L_T$  se prolonge en une forme  $\tilde{L}_T$  linéaire et continue sur  $D_N^{n,n-r+1}(\bar{\Omega})$ .  $\tilde{L}_T$  est un courant prolongeable d'ordre  $N$  et  $\bar{\partial}\tilde{L}_T = (-1)^r T$ .  $\square$

### 3. Application à la résolution du $\bar{\partial}$ pour les formes ayant une valeur au bord au sens des courants

**Proposition 3.1.** *Soit  $\Omega$  un domaine à bord lisse de classe  $C^\infty$  et soit  $f$  une fonction à croissance polynomiale sur  $\Omega$ ; Alors  $f$  admet une valeur au bord au sens des distributions.*

*Démonstration.* Elle est en trois parties.

Considérons  $\varphi$ ,  $\varphi_\varepsilon$  et  $\tilde{\varphi}$  comme dans la définition 1.2.

- (1) On montre dans la première partie que si  $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{b\Omega_\varepsilon} f\varphi_\varepsilon d\sigma$  existe, alors elle ne dépend pas de l'extension  $\tilde{\varphi}$  de  $\varphi$  choisie.
- (2) Dans la deuxième partie on montre que  $\left( \int_{b\Omega_\varepsilon} f\varphi_\varepsilon d\sigma \right)_{\varepsilon > 0}$  est une famille de Cauchy.
- (3) Enfin dans la troisième partie on montre que l'application qui à  $\varphi \in C^\infty(b\Omega) \longrightarrow \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{b\Omega_\varepsilon} f\varphi_\varepsilon d\sigma$  définit une distribution sur  $b\Omega$ .

- (1) Démonstration de la première partie :

Soit  $\tilde{\varphi}$  et  $\tilde{\varphi}'$  deux extensions  $C^\infty$  de  $\varphi$ ; Donc  $\tilde{\varphi} - \tilde{\varphi}' = 0$  à l'ordre infini sur  $b\Omega$ . Posons  $\psi = \tilde{\varphi} - \tilde{\varphi}'$ . Soit  $x \in b\Omega_\varepsilon$  et soit  $x_0$  le point le plus proche de  $x$  dans  $b\Omega$ , d'après la formule de Taylor

$$\begin{aligned} \psi(x) - \psi(x_0) &= o(\|x - x_0\|^k), \quad \forall k > 0 \\ &= o(\varepsilon^k), \quad \forall k > 0. \end{aligned}$$

Ceci entraîne que  $\psi(x) = o(\varepsilon^k)$ ,  $\forall k > 0$ .

Soit  $N$  l'ordre de  $f$ ; on a :

$$\left| \int_{b\Omega_\varepsilon} f\psi d\sigma \right| \leq \int_{b\Omega_\varepsilon} |f\psi| d\sigma \leq C \int_{b\Omega_\varepsilon} \frac{o(\varepsilon^k)}{\varepsilon^N} \quad \forall k > 0.$$

Il suffit de choisir  $k > N$  pour que

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{b\Omega_\varepsilon} f\varphi_\varepsilon d\sigma = 0;$$

d'où le résultat

(2) Démonstration de la deuxième partie :

Puisque  $f$  est prolongeable en une distribution  $F$  à support compact, donc  $F$  est d'ordre fini  $m$ , et on a :

$$\langle F, \varphi \rangle = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Omega_\varepsilon} f\varphi dV$$

où  $dV$  désigne l'élément de volume.

En plus, si  $F$  prolonge  $f$ , alors  $\frac{\partial F}{\partial x_j}$  prolonge  $\frac{\partial f}{\partial x_j}$  au sens des distributions,  $\forall j = 1, 2, \dots, n$ .

$$\begin{aligned} \int_{b\Omega_\varepsilon} f\varphi_\varepsilon d\sigma &= \int_{\Omega_\varepsilon} d(f\tilde{\varphi}d\sigma) \\ &= \sum_{j=1}^{2n} \left( \int_{\Omega_\varepsilon} dx_j \frac{\partial f}{\partial x_j} (\tilde{\varphi}d\sigma) + \int_{\Omega_\varepsilon} f dx_j \left( \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{\varphi}d\sigma) \right) \right). \end{aligned}$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Omega_\varepsilon} dx_j \frac{\partial f}{\partial x_j} (\tilde{\varphi}d\sigma) = \left\langle \frac{\partial F}{\partial x_j}, \tilde{\varphi} \right\rangle,$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Omega_\varepsilon} f dx_j \left( \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{\varphi}d\sigma) \right) = \left\langle F, \frac{\partial}{\partial x_j} \tilde{\varphi} \right\rangle.$$

D'où

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{b\Omega_\varepsilon} f\varphi_\varepsilon d\sigma \text{ existe;}$$

d'où le résultat

(3) Démonstration de la troisième partie.

LE  $\bar{\partial}$  POUR UNE FORME À VALEUR AU BORD

L'application

$$\begin{aligned} C^\infty(b\Omega) &\longrightarrow \mathbb{C} \\ \varphi &\longrightarrow \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{b\Omega_\varepsilon} f \varphi_\varepsilon d\sigma \end{aligned}$$

est une application linéaire.

Il suffit de montrer qu'elle est continue pour qu'elle définisse une distribution.

Puisque  $\int_{b\Omega_\varepsilon} f \varphi_\varepsilon d\sigma$  a une limite qui ne dépend pas de l'extension choisie, choisissons  $\tilde{\varphi}$  telle que :

$$\|\tilde{\varphi}\|_{m, \bar{\Omega}} \leq C \|\varphi\|_{m, b\Omega}, \text{ où } m \text{ est l'ordre de } F.$$

$$\begin{aligned} \left| \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{b\Omega_\varepsilon} f \varphi_\varepsilon d\sigma \right| &= \left| \sum_{j=1}^{2n} \left( \left\langle \frac{\partial F}{\partial x_j}, \tilde{\varphi} \right\rangle \pm \left\langle F, \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right\rangle \right) \right| \\ &\leq C' \|\tilde{\varphi}\|_{m+1, \bar{\Omega}} \\ &\leq C' \|\varphi\|_{m+1, b\Omega}; \end{aligned}$$

d'où le résultat. □

*Preuve du Théorème Principal.*

D'après [3],  $f$  est un courant prolongeable d'ordre  $l$ , il existe un courant  $F$  d'ordre  $l$  à support compact sur  $\bar{\Omega}$  qui prolonge  $f$ . D'après le théorème précédent  $f = \bar{\partial}U$  où  $U$  est un courant prolongeable sur  $\Omega$  de même ordre que  $f$ . Soit  $S$  une extension, d'ordre  $l$  à support compact sur  $\bar{\Omega}$ , de  $U$ , avec  $F = \bar{\partial}S$ . D'après la formule de  $\bar{\partial}$ -homotopie de [2], on a  $S = R_\varepsilon S + A_\varepsilon F + \bar{\partial}A_\varepsilon S$ , où  $R_\varepsilon$  est un opérateur régularisant et  $A_\varepsilon$  un opérateur qui augmente la régularité de  $\frac{1}{2}$ . Ainsi  $R_\varepsilon S + A_\varepsilon F$  est une autre solution du  $\bar{\partial}$  de  $F$ . Or  $R_\varepsilon S$  est une forme de classe  $C^\infty$  à support compact dans un  $\varepsilon$  voisinage du support de  $S$ , donc bornée sur  $\bar{\Omega}$ . Donc  $A_\varepsilon F$  est le mauvais terme de la solution  $R_\varepsilon S + A_\varepsilon F$ , au sens où il n'admet pas immédiatement de valeur au bord. Sa régularité est meilleure que celle de  $F$  dans un  $\varepsilon$  voisinage du support de  $F$ . Puisque  $F$  est  $C^\infty$  sur  $\Omega$ ,  $A_\varepsilon F$  est donc  $C^\infty$  sur  $\Omega$ . Montrons qu'il a une valeur au bord au sens des courants. Il nous suffit pour avoir le théorème de montrer que  $A_\varepsilon F$  restreinte à  $\Omega$  admet une valeur au bord au sens des courants. Or  $A_\varepsilon F$  est de même nature que  $\langle F, K(z, \xi) \rangle$  où  $K(z, \xi)$  est le noyau de Bochner Martinelli Koppelman.



Nous allons donc montrer que  $\langle F, K(z, \xi) \rangle$  admet une valeur au bord au sens des courants.

$u(z) := \langle F, K(z, \xi) \rangle$  pour tout  $z \in \Omega$ . Soit  $z \in \Omega$ ,  $\rho$  une fonction à support compact sur  $B(z, \frac{d(z)}{2})$  comprise entre 0 et 1 qui vaut 1 sur  $B(z, r(z) = \frac{d(z)}{4})$ , où  $d(z)$  est la distance de  $z$  au bord de  $\Omega$ . On a :

$$u(z) = \langle F, \rho K(z, \xi) \rangle + \langle F, (1 - \rho)K(z, \xi) \rangle.$$

Posons  $u_1(z) = \langle F, \rho K(z, \xi) \rangle = \int_{z \in \Omega} \rho f \wedge K(z, \xi)$ .

$u_1$  est une forme de classe  $C^\infty$  sur  $\bar{\Omega}$ ; donc admet une valeur au bord au sens des courants.

Posons  $u_2(z) = \langle F, (1 - \rho)K(z, \xi) \rangle$ . Puisque  $l$  est l'ordre du courant  $F$  qui prolonge  $f$ , on a :

$$\begin{aligned} u_2(z) &\leq C \|(1 - \rho)K(z, \xi)\|_{l, \bar{\Omega}} \\ &\leq C \|(1 - \rho)K(z, \xi)\|_{l, \bar{\Omega} \setminus \bar{B}(z, r(z))} \\ &\leq \sup_{\xi \in \bar{\Omega} \setminus \bar{B}(z, r(z))} \frac{C'}{|\xi - z|^{2n-1+l}} + \text{des termes moins mauvais} \\ &\leq \sup_{\xi \in \bar{\Omega} \setminus \bar{B}(z, r(z))} \frac{C''}{|\xi - z|^{2n-1+l}} \\ &\leq \sup_{\xi \in \bar{\Omega} \setminus B(z, r(z))} \frac{C''}{|\xi - z|^{2n-1+l}} \\ &\leq \frac{C'''}{d(z)^{2n-1+l}}. \end{aligned}$$

Donc  $u_2$  est une forme à croissance polynomiale sur  $\Omega$ ; elle admet alors une valeur au bord au sens des courants d'après la proposition 3.1.  $\square$

### Références

[1] J. L. C. LAURENT-THIEBAULT – « Andreotti-vesentini separation theorem with  $c^k$  estimates and extension of  $cr$  forms », *Mathematical Notes* **38 Princeton University** (1993), p. 416–436.

LE  $\bar{\partial}$  POUR UNE FORME À VALEUR AU BORD

- [2] E. M. CHIRKA – « Regularization and  $\bar{\partial}$ -homotopy on a complex manifold », *Soviet Math. Dolk.* **20** (1979), p. 73–76.
- [3] S. LOJACIEWIECZ & G. TOMASSINI – « Valeurs au bord des forms holomorphes », in *Several Complex Variables* (P. Scuola. Norm. Sup. Pisa, éd.), Cortona, 1976 77, 1978, p. 222–246.
- [4] A. MARTINEAU – « Distributions et valeurs au bord des fonctions holomorphes », in *Theory of Distributions (Proc. Internat. Summer Inst., Lisbon, 1964)*, Inst. Gulbenkian Ci., Lisbon, 1964, p. 193–326.
- [5] S. SAMBOU – « Résolution du  $\bar{\partial}$  pour les courants prolongeables », *Math. Nachrichten* **235** (2002), p. 179–190.

SALOMON SAMBOU  
Laboratoire de Mathématiques et  
applications  
Université de Ziguinchor  
Ziguinchor BP 523  
SENEGAL  
ssambou@refer.sn

MANSOUR SANÉ  
Laboratoire de Mathématiques et  
applications  
Université de Ziguinchor  
Ziguinchor BP 523  
SENEGAL  
sanemansour@yahoo.fr